MATHEMATIQUES

PREPARER SON ENTREE EN 1ère

M.BROUSSILLON

AVANT-PROPOS

PARTIE A :RECOMMANDATIONS

En cette fin d'année de Seconde, le choix d'orientation pour la classe de Première est décisif, et il est indispensable de l'assumer pleinement, en prenant la ferme résolution de mettre tout en œuvre pour que cette prochaine année scolaire se passe dans les meilleures conditions.

Voici **quelques conseils** qui te seront utiles et t'aideront à atteindre cet objectif.

I: PENDANT LES VACANCES :

Après, bien sûr une période nécessaire de décompression (les vacances sont faites pour ça !), il faudra

« remettre la machine en marche » et réactiver les savoirs et « savoir-faire» introduits au cours de l'année écoulée.

La maîtrise de certaines connaissances et techniques de base est obligatoire pour bien aborder la Première et éviter un décrochage rapide.

La partie qui suit propose une série d'exercices devant permettre à chacun de faire le point sur ses acquis.

Ces exercices sont dans leur grande majorité construits autour des savoirs exigibles, avec éventuellement quelques prolongements selon la notion abordée.

Le **travail** devra être **organisé**, et il sera souhaitable de mettre sur pied un « « planning » qui permettra de **travailler de façon régulière**. et de gagner en efficacité.

Chaque partie devra être travaillée sérieusement et en profondeur

II : PENDANT L'ANNEE SCOLAIRE DE 1ère

1 : En classe

- : il sera indispensable d'**avoir** avec soi **le matériel demandé** afin de profiter pleinement de l'activité proposée.
- Les explications et commentaires des professeurs devront être suivis avec **la plus grande attention.**

En effet, l'impossibilité (ou le manque d'habitude) de rester concentré au-delà d'une heure est préjudiciable à la grande majorité des élèves.

- Les activités de recherche ou de perfectionnement devront être effectivement travaillées, même si une solution satisfaisante n'est pas obtenue immédiatement. (car on ne peut évaluer ses acquis et de ses faiblesses en attendant simplement que la solution soit donnée. par le professeur ou par un autre élève) Ainsi, tu seras plus à l'aise pour demander des précisions sur une notion ou une démonstration.

- Il faudra éviter de venir au cours sans avoir relu le cours précédent afin de ne pas perdre le fil directeur suivi par le professeur.

2 <u>A la maison</u>

- Il sera nécessaire de revenir (même si ce n'est pas agréable) sur sa copie après une mauvaise note afin de repérer les points qui n'ont pas (ou qui ont mal) été traités, de s'assurer que les connaissances qui ont fait défaut sont maîtrisées et que certaines erreurs seront désormais évitées.
- Les travaux demandés devront être abordés suffisamment tôt pour avoir le temps d'y réfléchir en profondeur .C'est l'occasion de s'appliquer à faire preuve de soin, de rigueur, de clarté et de précision lors de la rédaction.
- Dans le cas d'un travail en groupe, si la recherche pourra être menée en commun, la rédaction finale doit être personnelle.
- Il est inutile de proposer un calcul ou une démonstration que l'on se sait incapable de reproduire tout seul en classe.
- Il ne faudra pas se contenter des exercices donnés par le professeur.

Prendre des initiatives et faire preuve de « curiosité » ne peut être que profitable et formateur pour sa culture mathématique**.**

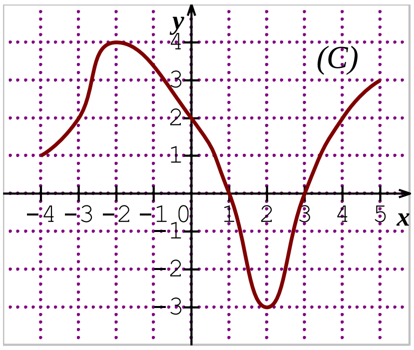
M.BROUSSILLON

PARTIE B : EXERCICES (pour les élèves orientés en STMG , ES OU S)

I : LECTURE GRAPHIQUE

Exercice 1*(image, antécédents, équation, inéquation, signe, variation) :*

Dans le graphique ci-dessous, la courbe (C) représente une fonction f .



On répondra aux questions qui suivent en s'aidant du graphique.

1) Donner l'ensemble de définition de f .
2) a) Déterminer $f(-4)$ et $f(-2)$.
   b) Compléter :

   L'image de 0 par f est …….

   …..a pour image -3 par f .

3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=2$.
4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)>2$.
5) Déterminer le signe de f .
6) Dresser le tableau de variation de f , en déduire son maximum et son minimum.

II : FONCTIONS AFFINES; DROITES .SYSTEMES D'EQUATIONS

Exercice 1 (*mise en équation, résolution d'équation) :*

Le trésorier de deux associations, l'association A et l'association B, a fait les achats suivants :

-deux appareils photos numériques (un appareil pour chaque association),

-cinq ordinateurs portables identiques (trois pour l'association A, deux pour l'association B),

-trois imprimantes (deux pour l'association A, une pour l'association B).

Une fois rentré chez lui, il s'aperçoit qu'il a perdu la facture de ces achats, il sait seulement que le chèque ayant servi au paiement total a pour montant 6520.60 euros, que chaque appareil photo numérique a coûté 124 euros, et que chaque imprimante vaut 79.20 euros.

L'objectif de l'exercice est de déterminer le montant des achats effectués pour l'association B.

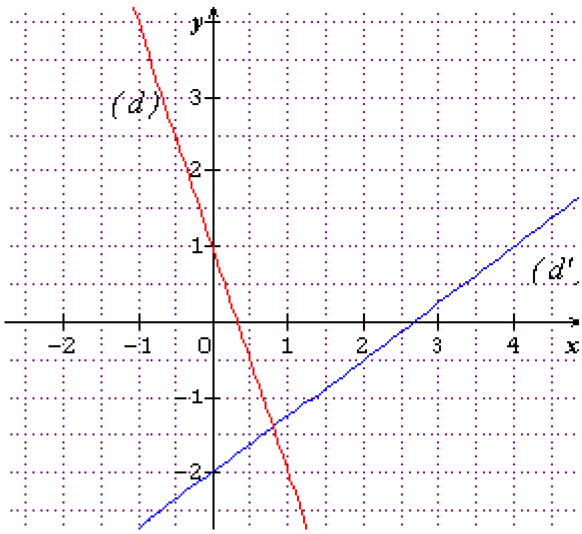
1°) En choisissant pour inconnue le prix *x* d'un ordinateur portable écrivez une équation d'inconnue *x* traduisant la situation de l'énoncé.

2°) Résoudre cette équation.

3°) Quel est alors le montant des achats effectués pour l'association B ?

Exercice 2 ***(équations de droites, représentation)***:

1) Trouvez l'équation réduite de la droite (d) par lecture graphique
2) Tracez la droite (D_2) d'équation : $y = \frac{2}{3}x + 1$.
3) Trouvez une équation de la droite (d').



Exercice 3 (***système d'équations***)

Un groupe de 23 personnes, formé d'adultes et d'enfants a assisté à une séance de cinéma. Le tarif affiché est : enfants : 3,5 € ; adultes : 5 €.

Ils ont payé en tout 94 €.On veut déterminer le nombre d'enfants et d'adultes composant ce groupe.

Lory propose de résoudre ce problème par la résolution du système :

$$\begin{cases} 5x + 3{,}5y = 94 \\ x + y = 23 \end{cases}$$

1) Justifier la proposition de Lory .
2) Déterminer alors la réponse au problème posé.

Exercice 4 : (***système d'équations***)

1) Résoudre le système d'équations : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$.

2) Montrer que ces équations peuvent s'écrire respectivement :y = 2x-3 et y = $-\frac{1}{2}$x + 7

3) Tracer dans un même repère orthonormal les droites D_1 et D_2 d'équations respectives :

y = 2x – 3 et y = $-\frac{1}{2}$x + 7, et lire les coordonnées de leur point d'intersection I.

4) Résoudre l'équation : 2x – 3 = $-\frac{1}{2}$x + 7

Exercice 5 (*système :mise en équation*):

A la rentrée scolaire, Julie a acheté quatre classeurs et un livre pour 32.50 euros.

Bertrand a acheté trois classeurs et deux livres de mêmes prix que ceux achetés par Julie, pour 42.50 euros.

1) En notant *x* le prix d'un classeur et *y* celui d'un livre, écrire un système d'équations traduisant les données précédentes.
2) Résoudre ce système pour trouver le prix d'un classeur et d'un livre.

Exercice 6 (*exemple de problème de la vie courante où on est amené à résoudre des inéquations, résolution algébrique et graphique, représentation de droites*)

Un particulier louant des gîtes affiche les tarifs suivants (donnés pour un gîte) :

Tarif 1 : 600 euros pour un mois (tout mois commencé étant dû…) ;

Tarif 2 : 55 euros par jour ;

Tarif 3 : location forfaitaire de 200 euros par mois à laquelle il faut ajouter 25 euros par jour.

1°) La famille Martin pense louer un gîte 25 jours dans le mois.

La famille Dupont, plus nombreuse que la précédente, envisage de louer deux gîtes et cela 17 jours dans le mois.

a) Quel est le prix à payer pour la durée prévue par la famille Martin pour chacun des tarifs ?

b) Même question pour la famille Dupont.

2°) On désigne par x le nombre de jours de location d'un gîte en un mois.

a) Exprimer en fonction de x, le prix à payer pour le tarif 2 et pour le tarif 3. On les appellera respectivement P2 et P3.
b) Résoudre l'inéquation $200 + 25x < 55x$.
A partir de quel nombre entier de jours le tarif 3 est-il plus intéressant que le tarif 2 ?

3°) Le plan est rapporté à un repère orthogonal avec en abscisses, 1 cm pour 2 jours ; en ordonnées, 1 cm pour 100 euros. L'origine est en bas à gauche de la feuille.

a)Tracer dans ce repère :

la droite d1 d'équation $y= 600$;

la droite d2 d'équation $y= 55x$;

la droite d3 d'équation $y= 25x + 200$.

b) En utilisant ces représentations graphiques, indiquer quel est le tarif le plus intéressant pour une location de :

3 jours par mois ;

10 jours par mois ;

22 jours par mois.

Exercice 7 :(***droites et système***)

Le plan est muni du repère orthonormal (O ; $\overrightarrow{i}$; $\overrightarrow{j}$), unité : 1 cm sur chaque axe.

Soient A et B les points de coordonnées respectives (2 ; 3) et (-1 ; -1) , et soit (d) la droite d'équation $y = -3x + 4$.

1) Déterminer une équation de (AB).
2) Les droites (AB) et (d) sont- elles parallèles ? On justifiera la réponse.
3) Construire (AB) et (d).
4) Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection I de (AB) et (d).
   Vérifier sur le graphique.

III : POURCENTAGES

Exercice 1

1) Le prix d'un article coûtant 120 € a été augmenté de 10%.combien coûte cet article ?

2) Si on l'augmente une seconde fois de 10%, quel sera le prix de l'article ?

3) Quel serait le prix après une augmentation unique de 20% ?

Exercice 2

1) Un particulier dispose d'une somme de 1200 €.Il augmente les trois-quarts de cette somme de 6% et diminue le reste de 8%.

   Indiquer si le capital global a augmenté ou diminué, et de quel pourcentage.

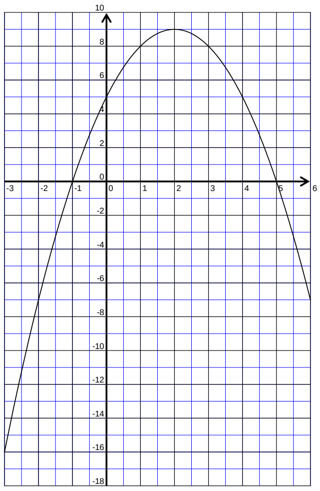
2) Le prix d'un article augmente de 25%, puis de 4% .Quel est le pourcentage global d'augmentation ?

3) * Après une hausse de 5% un article coûte 420 €.Quel était son prix initial ?

4) Le prix d'un article passe de 500€ à 720€
   a)Calculer le pourcentage d'augmentation.
   b)* Quel pourcentage d'augmentation faudrait-il appliquer deux fois de suite à ce prix pour obtenir une augmentation globale de 44% ?

<u>IV: FONCTIONS</u>

Exercice 1 :



1) La courbe ci-dessus représente une fonction f sur l'intervalle [-3 ; 6]

Par lecture graphique, indiquer :

a) les images par f de : 4 ; 5 ; - 2 ; 0.

b) les réels ayant pour image 5 par f. (c'est-à-dire les antécédents de 5 par f)

c) la valeur maximale prise par f, et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.

d) la valeur minimale prise par f, et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.

e) comment trouver le solutions de l'équation f(x) = 0 et donner les solutions.

f) comment trouver les solutions de l'inéquation :f(x) > 5 et donner l'ensemble des solutions .

2) La courbe précédente est celle de la fonction f telle que $f(x) = 9 – (x – 2)^2$

Par calcul, retrouver :

a) les images de 4 et de – 2 par f.
b)
c) les solutions de l'équation :f(x) = 0. (**pour les élèves orientés en S**)

Exercice 2 :

On ne connaît d'une fonction f que son tableau de variation :

x	-4		-2		0		4		6
f(x)	3				5				2
		↘		↗		↘		↗	
			1				-2		

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de savoir (**justifier chaque réponse) :**

a) $f(1) \geq f(3)$;

b) $f(-1) \leq 5$;

c) f(3) est positif ;

d) $f(4,5) > f(5,2)$.

e) si $x \in [-4 ; -2]$, alors $f(x) \geq 0$;

f) Le maximum de f sur $[-4 ; 6]$ est 3.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

1) Calculer les images par f des réels :
   a) 1 ; - 2 ; $\frac{1}{3}$
   b) vérifier que $f(\sqrt{2} + 4)$ a pour image par f le réel $1 + 2\sqrt{2}$.

2) Résoudre l'équation : $f(x) = 5$.
3) Vérifier que $f(x) = (x-5)(x-1)$.
4) Résoudre l'inéquation : $f(x) < 0$.(on pourra utiliser un tableau de signes)
5) Vérifier que pour tout x réel, $f(x) = (x-3)^2 - 4$.

6) Déduire du 2) les solutions des équations : $f(x) = 3$
   (**pour les élèves orientés en ES ou S**)

Exercice 4 :

Soit la fonction g définie pour tout réel par : $g(x) = x\,(2x - 4) - \frac{(2x-3)^2}{2}$.

Développer g(x) et vérifier que g est une fonction affine.

Exercice 5 : (**pour les élèves orientés en S**)

1) Soit l'expression $A(x) = x^2 - 6x$, x réel ;

Trouver deux réels a et b tels que l'on ait pour tout réel x, $A(x) = (x - a)^2 - b$.

2) Soit ABC un triangle équilatéral de côté 6 cm :

M est un point du segment [AB] distinct de A et de B .On pose AM = x.

La parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en Q .

Les points M, A et Q se projettent orthogonalement sur (BC) respectivement

En N, H et P .

a) Justifier les égalités suivantes, en précisant éventuellement le théorème utilisé :

i) $BM = 6 - x$ ii) $MQ = x$

iii) $AH = 3\sqrt{3}$ iiii) $NM = \frac{\sqrt{3}}{2}(6 - x)$

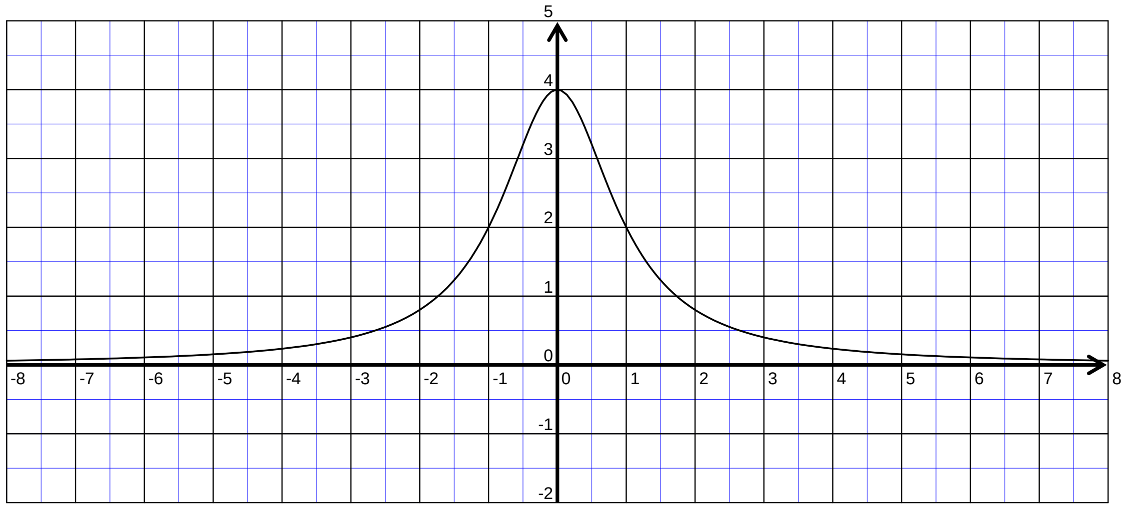
b) En déduire que l'aire du rectangle NMPQ (notée f(x)) est : $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x^2 - 6x)$.

3) On se propose de trouver pour quelle position de M sur [AB] l'aire du rectangle

est la plus grande possible.

a) En utilisant le résultat du 1), montrer que : $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-3)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2}$.
b) Pourquoi l'ensemble de définition de la fonction f est-il [0 ; 6].
c) Peut-on calculer x pour que l'aire du rectangle soit égale à $2\sqrt{3}$?
d) Indiquer la valeur maximale de l'aire et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte .

Exercice 6 : (pour les élèves orientés en ES ou en S)



La courbe représentative ci-dessus est celle de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{4}{x^2+1}$.

1) Calculer $f(\frac{4}{3})$.

2) Dresser, par lecture graphique, le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

3) a)Calculer le terme $4 - f(x)$, puis indiquer sont signe.
   b) Justifier que pour tout réel x, f(x) est toujours inférieur ou égal à 4.

4) Tracer sur le graphique la droite (D) d'équation : y = 2 et lire les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite.

5) Résoudre l'équation : f(x) = 2.

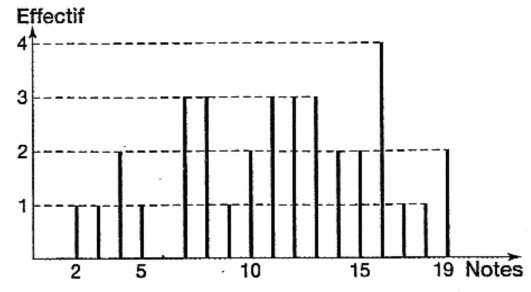
6) a) Tracer sur le graphique la droite (D') d'équation : y = x + 3.
   b) On considère l'équation (E) : f(x) = x + 3.
   Vérifier qu'elle est équivalente à l'équation : $(x + 1)\left((x+1)^2 - 2\right) = 0$

7) Résoudre alors cette équation et vérifier qu'elle admet 3 solutions.

   Donner une interprétation graphique du résult

V :STATISTIQUES

Exercice 1 :
Voici le diagramme en bâtons des résultats à la fin d'un trimestre d'une classe de seconde comportant 35 élèves.



1. Donner la note médiane et l'étendue de cette série. Calculer sa moyenne.

2. Donner dans un tableau la distribution des fréquences des notes obtenues.

Exercice 2

Un groupe de sportifs est composé de 8 filles et de 12 garçons.

a) Lors d'un concours de saut en hauteur, les filles ont franchi en moyenne 1,21m et les garçons 1,33m. Calculer la hauteur moyenne franchie par ces sportifs.

b) La moyenne des garçons sur 100m est de 13 s et celle du groupe 14,6 s.

Calculer la moyenne des filles sur 100m.

Exercice 3

On a relevé pour un groupe d'élèves la durée (en mn) d'une douche :

Durées	1	3	5	6	10	11
effectifs	1	3	6	4	5	2

a) Déterminer le pourcentage d'élèves dont la durée de douche est au moins 6 mn..
b) Construire un tableau donnant les durées, les effectifs et les effectifs cumulés croissants.
c) Calculer la médiane, puis le premier et troisième quartile de cette série
d) Calculer la moyenne élaguée obtenue en supprimant les valeurs extrêmes 1 et 11

VI: VECTEURS (pourles élèves orientés en S)

Exercice 1

Simplifier les sommes vectorielles suivantes :a) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NB}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$

Exercice 2

1) A, B et C étant trois points quelconques du plan, indiquer la (ou les) égalité(s) vraie(s) :

a) $3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AC}$; b) $3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 6\overrightarrow{AC}$; c) $3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{AC}$

b) On donne $\vec{u} = 5\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}$

Calculer $\vec{u} - \vec{v}$, et montrer que le résultat peut s'écrire simplement.

Exercice 3:

Soit *ABC* un triangle quelconque ;

1) Ecrire plus simplement le vecteur $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$

2) Construire les points *M* et *N* tels que : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

3) En utilisant la question précédente, démontrer l'égalité : $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = 4\overrightarrow{CB}$

Que peut-on en déduire pour les droites *(MN)* et *(CB)* ?

5) Soit *I* le milieu de [*BC*].

a) Justifier l'égalité : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI}$.

b) Construire le point *P* tel que $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}$.

c) En utilisant les questions 2) et 5), Montrer par un calcul que $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AI}$, où k est un réel

à déterminer.

Que peut-on en déduire ?

Exercice 4 :

Le plan est muni d'un repère (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$) .

1. Placer les points A(4 ; 2), B(– 2 ; 1) et C(– 3 ; 5).

2. a) Représenter le vecteur $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

b**)** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AM}$; déterminer alors les coordonnées du point M.

3. On considère le point $D\left(1\,;\frac{3}{2}\right)$. Les points A, B et D sont–ils alignés? Justifier par le calcul.

Exercice 5 :

1) Placer dans un repère orthonormal les points :A(1;8),B(4 ;3),C(-1 ;0) et D(-4 ;5) .
2) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD ?

4) Démontrer de plus que l'angle $\widehat{ABC}$ est droit

5) Le quadrilatère ABCD est-il un carré ? (justifier votre réponse)

6) a) Placer dans le repère précédent le point M (5,5 ; 0,5).

b) Les points A, B et M sont-ils alignés ?

Si oui, trouver le réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.

Exercice 6:

ABC est un triangle quelconque.

1) Construire les points M, N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{BC}$.

2) En utilisant la relation de Chasles, exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3) Exprimer $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$, puis de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4) Remarquer alors une relation entre $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$. Que peut-on en déduire ?

VII:GEOMETRIE PLANE (pour les élèves orientés en S)

Exercice 1 :

Soit ABCD un triangle, et H le pied de la hauteur issue de A ; I, J,K, L sont les milieux respectifs des segments [AB], {BH], {HC] et {AC].

Démontrer que le quadrilatère IJKL est un rectangle.

Exercice 2:

(C) est un cercle de centre O et de diamètre {AB], et (C)) est le cercle de diamètre {AO].

M est un point de (C) distinct de A et B tel que la droite (AM) coupe (c) en N.

Démontrer que :

1) les droites (ON) et (BM) sont parallèles..

2) N est le milieu du segment du segment {AM]

VIII : PROBABILITE

Ex1

Une enquête a été menée sur le mode de vie de 700 femmes de plus de 40 ans toutes atteintes d'un cancer lié au tabac.

On a obtenu les renseignements suivants :

• 47 % de ces femmes n'ont jamais fumé ;

• 6 % de ces femmes consomment beaucoup d'aliments riches en béta-carotène ;

• Parmi les femmes consommant beaucoup de béta-carotène, 7 n'ont jamais fumé.

1. C'est au cours d'une enquête sur le mode de vie et l'état de santé d'une population de 60 000 femmes de plus de 40 ans, que l'on a trouvé que 700 de ces femmes étaient atteintes d'un cancer lié au tabac.

Déterminer pour cette population le pourcentage de femmes ayant développé un cancer lié au tabac. *Arrondir à 0,01 % près.*

2. Compléter le tableau suivant :

	Femmes n'ayant jamais fumé	Fumeuses ou anciennes fumeuses	Total
Femmes consommant beaucoup de béta-carotène			
Femmes consommant peu de béta-carotène			
Total			700

3. On choisit au hasard une femme parmi celles qui ont développé un cancer lié au tabac.

On note *A* l'évènement : «la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en béta-carotène» et *B*

l'évènement :«la femme choisie est une fumeuse ou une ancienne fumeuse».

Si nécessaire arrondir les résultats à 0,001 près.

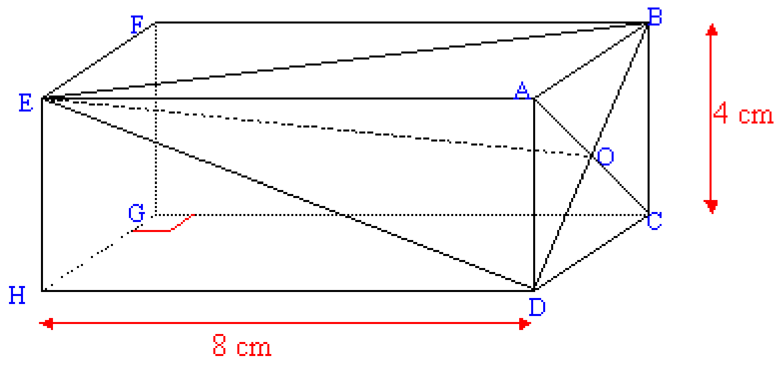
a. Calculer la probabilité de chacun des évènements *A* et *B*.
b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$, puis calculer la probabilité de cet évènement.
c. Définir par une phrase l'évènement $A \cup \overline{B}$, puis calculer la probabilité de cet évènement.

4. On choisit au hasard une femme parmi les fumeuses ou les anciennes fumeuses.
Calculer la probabilité que cette femme consomme beaucoup de béta-carotène. Arrondir le résultat à 0,001près.

VIII:GEOMETRIE DANS L'ESPACE (pour les élèves orientés en S)

Ex2 :Pavé et pyramide

Voici le dessin, en perspective cavalière, d'un parallélépipède rectangle de 8cm de longueur. La face ABCD est un carré de 4cm de côté et de centre O.



1°) Calculer les distances BD, DE et EB.
2°) Que dire du triangle EBD ?
3°) Pourquoi la droite (EO) est elle perpendiculaire à la droite (BD) ?
Calculer EO.

4°) Soit P le milieu de [ED] ; calculer la distance OP.
5°) On considère la pyramide de sommet E et de base le carré ABCD. Calculer le volume de cette pyramide. $V = \frac{1}{3} \times \text{base} \times \text{hauteur}$

6°) Calculer à 0,1 degré près la mesure de l'angle $\widehat{BED}$.

IX : TRIGONOMETRIE (pour les élèves orientés en S)

Ex1:

a)Placer sur le cercle trigonométrique les images des réels : $\frac{35\pi}{4}$, $\frac{71\pi}{6}$ et $\frac{91\pi}{3}$.

b) les réels $\frac{91\pi}{3}$ et $\frac{47\pi}{3}$ ont-ils la même image sur le cercle trigonométrique ?

c)Quelle est la valeur exacte de : $\cos(\frac{71\pi}{6})$ et de $\sin(\frac{-3\pi}{4})$?

Ex2 : On rappelle que pour tout réels x , $\cos^2x + \sin^2x = 1$ ($\cos^2x$ désigne $(\cos x)^2$)

a) Calculer cos(x) sachant que $\sin(x) = \frac{-5}{13}$ et que $x \in [\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$
b) Développer et simplifier l'écriture de $A(x) = (\sin x + 2\cos x)(2\sin x - 4\cos x)$
c) Démontrer que pour tout réel x, $A(x) = 10\sin^2x - 8$

X :ALGORITHMIQUE

Exemple1 : ***Calcul de la moyenne M de trois nombres A , B et C***:

On considère l'algorithme suivant :

entrer A
entrer B
entrer C
affecter à M la valeur (A+B + C)/3
écrire : la moyenne est : …….

Programmer cet algorithme sur votre calculatrice et sur Algobox, faire un test avec
A = 14, B = 8 et C = 11

PROG : MOYENNE

Casio	**TI**	**Algobox**
" A= " ?→A ↵	:Input "A=",A	**VARIABLES**
"B = " ?→B ↵	:Input "B=",B	a EST_DU_TYPE NOMBRE
"C= " ?→C ↵	:Input "C=",C	b EST_DU_TYPE NOMBRE
(A+B+C)÷3→M ↵	:(A+B+C)/3→M	c EST_DU_TYPE NOMBRE
"la moyenne est :" :M ◢	:Disp"la moyenne est :",M	M EST_DU_TYPE NOMBRE
		DEBUT_ALGORITHME
		Lire a
		Lire b
		Lire c
		M prend la valeur (a+b+c)/3
		AFFICHER M
		FIN_ALGORITHME

Exercices d'application :

Ecrire un programme demandant:

a) la longueur et la largeur d'un rectangle et affichant le périmètre, l'aire et la longueur de la diagonale de ce rectangle. Faire un test avec L = 120m et l = 50m à la calculatrice et sur Algobox

b) lorsqu'on achète un article en plusieurs exemplaires :le prix ***Hors Taxe***s de l'article, le nombre d'articles , le taux (en pourcentage) de la ***TVA***, et affichant le prix ***Toutes Taxes Comprises*** à payer.
Faire un test avec : prix HT d'un article : 54 € , nombre d'articles : 12 , TVA : 19,5% à la calculatrice et sur Algobox

Exemple2 : Photocopies (structure alternative) : si…………, alors………

Un magasin de reprographie propose le tarif suivant : 0,15cts l'unité, et 0,10cts l'unité si le nombre de photocopies effectuées est supérieur à 100.L'algorithme suivant demande le nombre de photocopies et affiche le prix à payer. Ecrire l'algorithme suivant, et faire un test pour 250, puis 95 photocopies

Algobox	**Casio**	**TI**
VARIABLES		
N EST_DU_TYPE NOMBRE		
P EST_DU_TYPE NOMBRE		
DEBUT_ALGORITHME		
LIRE N	"N="?→ N↵	:Prompt N
SI N > 100 ALORS	If N > 100 ↵	:If N > 100
DEBUT_SI	THEN↵	:THEN
P prend la valeur 0,10×N	0,10×N→P↵	: 0,10×N→P
AFFICHER "le prix est :"	"PRIX :" ◢	:Disp"PRIX", P
AFFICHER P	P ◢	
FIN_SI		
SINON	ELSE↵	:ELSE
DEBUT_SINON		P
prend la valeur 0,15×N	0,15×N→P↵	:0,15×N→P
AFFICHER "le prix est :"	"PRIX :"◢	:Disp"PRIX", P
AFFICHER P	P ◢	
FIN_SINON	Ifend	:End
FIN_ALGORITHME		

<u>Exercices d'application</u> :

ex1 : Ecrire un algorithme : a) demandant le nombre de photocopies à effectuer et affichant le montant à payer quand on applique le tarif de 0,15ctsl'unité pour les 100 premières et 0,10ctsl'unité pour les suivantes. Faire un test pour 350 photocopies, puis pour 95 photocopies.

b) demandant le montant des achats et affichant le prix à payer quand on applique 30% de remise s'il est supérieur à 200 € et 10 % de remise sinon. Faire un test avec un prix de 350 €, puis un prix de 180 €.

c)La note de math et la note de physique de l'élève, et qui affiche « Bon niveau » si la moyenne est supérieure ou égale à 16, « niveau à améliorer » » si elle est inférieure à 12 et « niveau acceptable » sinon.

ex2 : Soit la somme $S_N = 1^3 + 2^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + N^3$ ($N \geq 1$) (structure itérative)

a) ***Algorithme permettant de calculer la somme*** : ***boucle Pour …(ou For …)***

Compléter l'algorithme suivant, et le programmer sur votre calculatrice et sur Algobox .

Faire un test avec N = 10 , puis N = 100:

	Casio	TI	
N prend la valeur 0	……………………………	………….	
S prend la valeur 0	…………………………….		
pour I variant de 1 à N , avec un pas de 1	For 1→I To N (step 1 ↵)	:For (I,1,N,1)	
S prend la valeur $S + N^3$	………………………………………	……………………	
Fin de Pour	Next ↵	:End	
afficher S	……………………………………	…………….	………………………….

b) Algorithme permettant de calculer un seuil : (structure itérative)

recherche de ***la valeur du plus petit entier naturel N tel que $S_N > 50000$:boucle tant que… (ou while…)***

Programmer l'algorithme suivant sur votre calculatrice :

N prend la valeur 1

S prend la valeur 0

I prend la valeur 0 (I est un « compteur » qui note le nombre de calculs effectués)

tant que S ≤ 50000 (while(S ≤ 50000)

I prend la valeur I+1

S prend la valeur $S + I^3$

Fin de tant que (whileEnd avec Casio, End avec TI)

afficher I

afficher S (pour vérifier)

Exercices d'application

Ex1) La population d'une ville est 20000 habitants. Chaque année suivante, la population est multipliée par 0,98 Ecrire :

a)un algorithme demandant un entier N et affichant la population de la ville après P années .faire un test avec N = 7.

b) un algorithme demandant un nombre P inférieur à 20000, et affichant le nombre d'années à attendre pour que la population de cette ville devienne inférieure à P. Faire un test avec P = 10000.

Ex2) On considère la somme $S_n = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \times n$ .Ecrire :

a) un algorithme demandant N et affichant la valeur de S_N .
Faire un test avec N = 9.

b) un algorithme demandant un réel P et affichant la plus petite valeur de N pour laquelle S_N est supérieure à P. Faire un test avec P = 400 000 000.

XI: OUTIL INFORMATIQUE

Compte tenue de la place de plus en plus importante qu'occupe l'utilisation de l'ordinateur en mathématiques, il est recommandé de se familiariser à l'utilisation des logiciels de géométrie dynamique (Géogébra, Cabri, Géoplan-Géospace, ..) et de programmation (Algobox, …)

Télécharger (gratuitement) les logiciels Géogébra et Algobox

Exercice :

a) Lancer Géogébra

b) Si les axes du repère et le quadrillage ne sont pas visibles, cliquer sur affichage, axes, grille .

c) Créer un curseur a. (Cliquer sur le triangle de la touche «a = 2» et cliquer dans le graphique ; Choisir –5 et 5 pour valeurs extrêmes)

d) Créer de même deux autres curseurs b et c.

e) prendre a = 1, b = 0, c= 0

e) Taper dans la zone de saisie : **f(x)=a(x-c)²+b**, puis valider.

Quelle courbe obtient-on ?

f) Faire varier successivement a, b et c, et observer la courbe de f

<u>XII:ECHANTILLONNAGE</u>

RAPPEL : **Un échantillon de taille n** d'une population est la liste de n résultats obtenus par n répétitions d'une même expérience de façon indépendante.

Pour obtenir un échantillon à l'aide d'un tirage, celui-ci doit être effectué avec remise, pour que la proportion du caractère étudié ne change pas. Cependant, si la taille de l'échantillon est négligeable devant l'effectif total, un tirage sans remise peut être assimilé à un tirage avec remise.

On suppose que la fréquence(ou proportion) d'apparition du caractère étudié est égale à p dans la population et est égale à f dans l'échantillon de taille n.

Si on réalise plusieurs échantillons de même taille n, la fréquence observée f varie. On parle de **<u>fluctuation d'échantillonnage</u>**.

- Dans le cas où: $n \geq 25$ et $p \in$**[0,2 ;0,8]** , l'intervalle $I = [\, p - \frac{1}{\sqrt{n}} \,;\, p + \frac{1}{\sqrt{n}} \,]$ contient f dans au moins 95% des cas . I est appelé ***<u>intervalle de fluctuation</u>*** de f ***<u>au seuil (de) 95%</u>*** ou 0,95 des échantillons.

Plus la taille de l'échantillon est grand, plus f se rapproche de p.

(Dans le calcul des borne de I , on arrondit $p - \frac{1}{\sqrt{n}}$ par défaut et $p + \frac{1}{\sqrt{n}}$ par excès)

****<u>prise de décision à partir d'un échantillon</u>***.

Pour savoir si l'hypothèse d'une fréquence égale à p pour un caractère dans une population lorsqu'on connait la fréquence f de celui-ci dans un échantillon de taille n, on utilise la méthode suivante :

-on détermine l'intervalle de fluctuation I précédent.

-si $f \in I$, on accepte l'hypothèse

–si $f \notin I$, on rejette l'hypothèse, avec un risque de 5% de se tromper.

Exercices:
1) Une machine ensache des bonbons de la façon suivante :Elle choisit au hasard les bonbons dans une cuve qui contient, ***à part égale***, uniquement des bonbons à la fraise et des bonbons à la menthe ;*.Il y a 50000 bonbons dans la cuve. Chaque paquet contient 100 bonbons .On prend le premier paquet de bonbons et on note la fréquence observée de ***bonbons à la menthe.***

a)Expliquer pourquoi le sachet peut être assimilé à un échantillon.

b) Si la machine est bien réglée, quel est l'intervalle de fluctuation I au seuil de 95% de f ?
Peut-on considérer, au seuil de 95%, que l'ensacheuse est bien réglée ?

2) Au Casino Bellevue, sur 2500 lancers de dé, 1150 ont donné ***un nombre pair***.
Y a-t-il lieu de faire une enquête pour utilisation de dés truqués ?

3) Un candidat affirme que 52% des électeurs lui font confiance.
Un sondage effectué sur 620 personnes indique 48% d'opinion favorables.
Peut-on émettre un doute sur l'affirmation du candidat ?

- Dans le cas où $n \geq 25$ et $f \in [0,2 ;0,8]$, l'intervalle $I = [\, f - \frac{1}{\sqrt{n}} \,;\, f + \frac{1}{\sqrt{n}} \,]$ contient p dans au moins 95% des cas.
  I est appelé ***intervalle de confiance*** de p ***au niveau (de) 95%***

(Dans le calcul des borne de I , on arrondit $f - \frac{1}{\sqrt{n}}$ par défaut et $f + \frac{1}{\sqrt{n}}$ par excès)

Exercices :

Ex1) Les 10000 employés d'une entreprise doivent être consultés sur la nouvelle couleur du sigle de l'entreprise :vert ou rouge.

La direction, qui a fait campagne pour le rouge, a interrogé un échantillon de 100 personnes sur leur choix, et 54 personnes ont répondu :rouge

Peut-on savoir ceux qui, des partisans du vert ou du rouge, vont l'emporter ?

Ex2) Lors du second tour des élections présidentielles, un candidat souhaite connaitre les intentions de vote en sa faveur.

Un premier sondage sur 250 personnes interrogées donne une intention de vote de 54%.

Un second sondage sur 1900 personnes interrogées donne une intention de vote de 53%.

Quel est le sondage le plus favorable au candidat ?